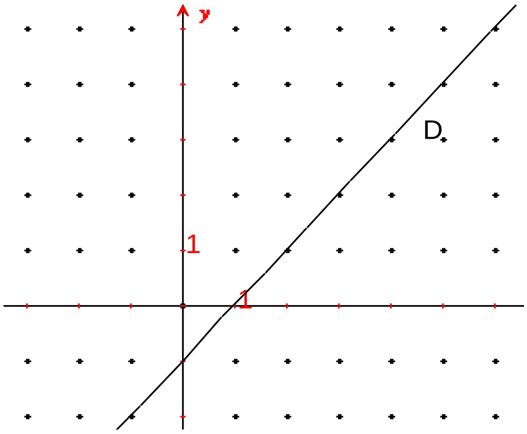
	Devoir de contrôle n°2 4 M	Durée :2H

EXERCICE N°1

Soit f la fonction, représentée ci-dessous dans le repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ par une droite D.



1/ Donner l'expression de f.

2/ Trouver la primitive F de f dont la courbe C_F dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ est tangente à D.

3/ Tracer C_F dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

EXERCICE N°2

Soit (u_n) la suite définie sur IN* par : $u_n = \dfrac{1}{n}\sum_{p=1}^{n}\ln\dfrac{p}{n}$.

1/ Soit $p \in$ IN*. Montrer que : $\dfrac{1}{n}\ln\dfrac{p}{n} \leq \int_{\frac{p}{n}}^{\frac{p+1}{n}}\ln x\,dx \leq \dfrac{1}{n}\ln\dfrac{p+1}{n}$.

2/ En déduire que : $\dfrac{1}{n}\ln\dfrac{1}{n} + \int_{\frac{1}{n}}^{1}\ln x\,dx \leq u_n \leq \int_{\frac{1}{n}}^{1}\ln x\,dx$

3/ A l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_{\frac{1}{n}}^{1}\ln x\,dx$ en fonction de n.

4/ Déduire que (u_n) est convergente et calculer sa limite.

EXERCICE N°3

ABC est un triangle quelconque de sens direct du plan orienté P.
I et J sont les milieux respectifs des segments [BC] et [AB], r la rotation de centre J et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$. On pose A' = r(A) et C' = r(C), s est la similitude directe telle que : s(I) = C' et s(J) = A'. Soit $h = r^{-1} \circ s$.

1/ a) Déterminer h(I) et h(J).
   b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de h.

2/ a) Montrer que (IJ) est perpendiculaire à (A'C') et que A'C' = 2 IJ.
   b) Déterminer le rapport et l'angle de s. Construire son centre Ω.
   c) On pose B' = $S_J(A')$. Montrer que (ΩB) est perpendiculaire à $(\Omega B')$.

EXERCICE N°4

1/ Trouver le reste de la division euclidienne de $1234^{4321} + 4321^{1234}$ par 7.

2/ Montrer que 11 divise $2^{123} + 3^{121}$.

3/Soient n et p deux entiers et A = 10 n + p ; B = n + 2p.
   a) Montrer que A est divisible par 19 si et seulement si B est divisible par 19.
   b) En déduire que 29431 est divisible par 19.